

Übungszettel 8

34. Geben Sie alle möglichen Belegungen einer Wahrheitstabelle für zwei Aussagenvariablen a und b an. Wie viele Zeilen hat die Wahrheitstabelle, und wie viele verschiedene Belegungen gibt es? Welche Werte würden sich für n Aussagenvariablen ergeben?
- Bestimmen Sie für jede dieser Belegungen eine passende Aussageform mit minimaler Anzahl von Junktoren, sowie die benötigte Anzahl von Junktoren. Die mehrfache Verwendung desselben Junktors zählt dabei auch mehrfach.
- Dazu sollen nur die drei Junktoren Negation, Konjunktion und Disjunktion verwendet werden. Alle Symbole aus der Menge $\{a, b, 0, 1, (,)\}$ sind ebenfalls erlaubt, gezählt werden nur die Junktoren.
- Für eine weitere Betrachtung dürfen zusätzlich auch die Junktoren Subjunktion, Bijunktion, exklusives Oder, NAND und NOR verwendet werden. Für welche Belegungen kann damit die Anzahl der Junktoren noch reduziert werden?
35. Zeigen Sie, dass die Verknüpfung von n Bits x_1, x_2, \dots, x_n mit XOR, dem exklusiven Oder, für $n \geq 2$ immer genau das Ergebnis für die gerade Parität ergibt. Also:
- $$x_{n+1} = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$$
- ist genau die *even parity* dieser n Bits.
36. Zeigen Sie durch Umformen, dass die Aussageform $a \oplus b$ äquivalent zu $\overline{a \leftrightarrow b}$ ist.
37. Zeigen Sie, dass die Peirce-Basis (NOR-Basis) eine Verknüpfungsbasis ist, daher also alle aussagenlogischen Sätze nur mit dem Junktor \downarrow darstellbar sind.